Simplicial cohomology and n-term extensions of algebras(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Iwai, Akira

【 71 】

氏名	岩井齊良（いわいあきら）
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第286号
学位授与の日付	昭和45年1月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**Simplicial cohomology and *n*-term extensions of algebras** （単体的コホモロジーと多元環のn項拡大）
論文調査委員	（主査）教授 島田信夫　教授 永田雅宜　教授 小松醇郎

論文内容の要旨

群，環など，いわゆる代数系に対するコホモロジー論は，位相幾何学への応用をはじめ，代数的構造の拡大，分類などの代数学における古くからの基本的な課題を論ずる際に，問題の定式化と研究方法の両面に適切な手段を供するものとして，多くの研究がなされてきた。

申請者岩井斉良は主論文において，単体的コホモロジーと称する最近の観点から，例を一般の可換多元環にとり，標準的な微分函手の導来函手としてのｎ次元コホモロジー群に直接的な解釈を与えている。

まず準備として，古典的な resolution の概念を（擬）単体的 resolution のそれで置き換えるという思想によって得られる単体的コホモロジーについて，その一般論を展開し，自由単体的環，単体的環の acyclicity，比較定理などの基本的な概念や諸性質を述べている。これは，André や Beck によるコホモロジー論と本質的には同値であることが示されるが，申請者独自の立場で，一つの新しい定式化を与えたものである。

さらに，この論文の核心となる標準ｎ重拡大の構成，一般ｎ重拡大またそれから導びかれるｎ項拡大の概念を導入し，与えられた環Ａとその上の加群Ｍとに対して，「ＡのＭによるｎ重拡大の適当な同値類の全体と，「ＡのＭ を係数とするｎ次元単体的コホモロジー群 $H^n(A, M)$ との間に一対一の対応が存在する」ことを証明した。

これを主定理として，その他，低次元 ($n=1, 2, 3$) の場合のｎ項拡大については，その具体的表示を与えている。

参考論文 3）では，単体的ホモロジーとアーベル圏における古典的ホモロジーとの関係が論ぜられ，参考論文 4）においては，主論文における $n=2$ の場合が解決されて，一般次元ｎの場合への拡張の契機となったものである。参考論文 1），2）は，位相幾何学に現われる Hopf 環のコホモロジーに関するもので，いずれもホモトピー論への応用を目的として，1）では，May が与えた resolution の構成に対する修正と注意を述べ，2）では，Steenrod 環の或る部分環のコホモロジー環を完全に決定したものである。

論文審査の結果の要旨

群のホモロジー論，コホモロジー論は，1940年代に，Eilenberg と MacLane により，位相空間の基本群とホモロジー群との関係を調べるために創められたが，次いで現われた Hochschild (1945) による結合環のコホモロジーとともに，やがて Cartan-Eilenberg (1956) により，加群の圏におけるホモロジー代数として発展し，ガロア理論に代表されるような，代数的構造の拡大，分類などの問題における研究手段として不可欠なものとなってきた。

しかし古典的ホモロジー代数の適用範囲が限られたものであったため，新たな目的や場合に応じて，Hochschild，MacLane (1956, 58)，Shukla (1961)，Harrison (1962) 等により，適当なチェイン複体（コチェイン複体）が工夫されて，様々なホモロジー論（コホモロジー論）が形成された。最近に至って，André，Beck (1967) 等により，カテゴリー代数の立場から，これらのアーベル圏または非アーベル圏のコホモロジーを統一的に包括すべきものとして単体的コホモロジー群が提起され，多くの興味を呼んでいる。

申請者はこの立場から，主論文において，可換環を例にとって，微分函手から導来された n 次元単体的コホモロジー群の意味づけを行なったのであるが，この様な解釈は，上に挙げたような従来の種々のコホモロジー論で，低次元の場合に知られていた，環のいわゆる singular extension および拡大の障害類による解釈を，それぞれ $n=1$ および 2 の場合として含み，また，古典的な，加群のコホモロジー群 $\mathrm{Ext}_R(A, B)$ に対して米田 (1954) が与えた，n 項完全系列の同値類による解釈の拡張とも見なされる。

ここで注目すべきことは，環などの様に，二種類以上の内部演算をもつ代数系の圏（従って非アーベル的な圏）においても，アーベル的な加群の圏におけると全く類似した取り扱いが許されることを示している点である。これは逆に言えば，単体的ホモロジー（コホモロジー）が古典的ホモロジー代数の極めて自然な拡張であることを示すものであろう。

また申請者の創案した環の n 重拡大の概念は，主論文において決定的な役割を果したものであるが，多重拡大の様相の把え方として，今後とも重要な意義をもつものと考えられる。

その他，申請者は，論文内容の要旨にも記した通り，主論文，参考論文を通じて多くの創見と興味ある結果を発表している。

ホモロジー代数の新たな発展の時期にあたって申請者の研究は，困難を克服してこの方面における重要な貢献をなしたもので，世界的にも最先端に位する研究であると言える。よって，本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。